ESERCIZI DI MATEMATCA DISCRETA

INF- Corso A-D - A. A. 2026-2027
15 Ottobre 2026 [1] [2]

Esercizio 1. Dimostrare col principio di induzione che $\forall n \in \mathbb{N}$

$$0 + 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Esercizio 2. Dimostrare col principio di induzione che $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}.$$

Esercizio 3.
Dimostrare col principio di induzione che $\forall n \in \mathbb{N}$

$$0 + 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

Esercizio 4.
Dimostrare col principio di induzione che per ogni fisato $q \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ e $\forall n \in \mathbb{N}$ si ha

$$q^0 + q^1 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Esercizio 5.
Dimostrare col principio di induzione che $\forall n \in \mathbb{N}$

$$2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

Esercizio 6. Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = & 1 \\ a_n = & a_{n-1} + 2n + 1 \quad n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{b_n\}_n$ con $b_n = (n+1)^2$ per ogni $n \geq 0$.

Esercizio 7.
Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = & 0 \\ a_n = & a_{n-1} + n \quad n > 0. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ con $b_n = \frac{n(n+1)}{2}$ per ogni $n \geq 0$.

[1] Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

[2] No exploitation, distribution, sale, transfer, publication, public indexing, training of artificial intelligence systems or external transfer is authorised for any part of the content of this file. ALL RIGHTS RESERVED

Esercizio 8.
Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = & 1 \\ a_n = & 2 \cdot a_{n-1} \quad n > 0. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ con $b_n = 2^n$ per ogni $n \geq 0$.

Esercizio 9. Verificare che la seguente successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = & \frac{1}{3} \\ a_n = & a_{n-1} + n(n+1) + \frac{1}{3} \quad n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{b_n\}_n$ con $b_n = \frac{1}{3}(n+1)^3$, per ogni $n \geq 0$.

Esercizio 10. Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{b_n\}_n = \begin{cases} b_0 = & 1 \\ b_n = & b_{n-1} + 2 \quad n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{a_n\}_n$ con $a_n = 2n + 1$ per ogni $n \geq 0$. (In questo esercizio a e b sono volutamente scambiati, è utile per capire il livello di comprensione...altrimenti c'è l'esercizio sotto.)

Esercizio 11. Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = & 1 \\ a_n = & a_{n-1} + 2 \quad n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{b_n\}_n$ con $b_n = 2n + 1$ per ogni $n \geq 0$.