ESERCIZI DI MATEMATCA DISCRETA

INF- Corso A-D - A. A. 2026-2027
7 Ottobre 2026 [1][2]

Esercizio 1. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \vee Q) \longrightarrow R$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall v \in \mathbb{Z} \quad \exists\, u \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad \text{si ha} \qquad -11u^2t^2 - 2v = u^3t^3 - 2v.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 2. Data la seguente legge $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$:

$$\forall\, n \in \mathbb{N} \qquad f(n) = \begin{cases} 2 & \text{se } n \text{ è pari} \\ 5 & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

Stabilire se è una funzione e calcolare $f^{-1}(\{1\})$ e $f^{-1}(\{1,2,3,4,5\})$. Determinare se è iniettiva.

Esercizio 3. Sia $f : A \to B$ una funzione, e siano $X, X' \subseteq A$ e $Y, Y' \subseteq B$. Allora, dimostrare che:

(1) $f(X \cap X') \subseteq f(X) \cap f(X')$;

(2) $f(X \cup X') = f(X) \cup f(X')$;

(3) $f^{-1}(Y \cap Y') = f^{-1}(Y) \cap f^{-1}(Y')$;

(4) $f^{-1}(Y \cup Y') = f^{-1}(Y) \cup f^{-1}(Y')$.

Esercizio 4. Date le seguenti funzioni, stabilire se sono iniettive:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Q} \setminus \{0\} \to \mathbb{Q}, \qquad & \forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \qquad f(x) = \frac{1}{x}; \\ g : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}, \qquad & \forall s \in \mathbb{Z} \qquad g(s) = |s|; \\ f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \qquad & \forall t \in \mathbb{N} \qquad f(t) = |t|. \end{aligned}$$

Esercizio 5. Date le seguenti funzioni, stabilire se sono iniettive:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Q} \qquad & \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(n) = \frac{n+1}{5}; \\ g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \qquad & \forall x \in \mathbb{Z} \quad g(x) = 5x - 6; \\ h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad & \forall y \in \mathbb{R} \qquad h(y) = y^4 + 7. \end{aligned}$$

[1] Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

[2] No exploitation, distribution, sale, transfer, publication, public indexing, training of artificial intelligence systems or external transfer is authorised for any part of the content of this file. ALL RIGHTS RESERVED