PROVA SCRITTA DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica, A-D
Bari, 9 Novembre 2026
Traccia: 3

Esercizio 1. In quanti modi possiamo distribuire 40 caramelle a 7 bambini?

In quanti modi possiamo distribuire 40 caramelle a 7 bambini, dandone almeno una a ciascun bambino?

Esercizio 2. Si consideri su $\mathbb{Z}$ la seguente relazione

$$\forall\, j,h \in \mathbb{Z} \qquad j \mathscr{R} h \iff jh < 0,$$

ovvero $\mathscr{R} = \{(j,h) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z} \mid jh < 0\}$ (il prodotto jh è strettamente minore di zero). Determinare se $\mathscr{R}$ è una relazione riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza. Se $\mathscr{R}$ è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 1.

Esercizio 3. Sia A un insieme finito di cardinalità n. Dare la definizione di insieme $\mathscr{P}(A)$ della parti di A. Inoltre stabilire la cardinalità di $\mathscr{P}(A)$ e dare una dimostrazione dettagliata della risposta.

Esercizio 4. Stabilire con una dimostrazione se le seguenti congruenze sono vere o false:

$$15^{16} \equiv 5 \pmod{17} \qquad\qquad 31^{9} \equiv 31 \pmod{20}.$$

Esercizio 5.

(1) Stabilire se esiste un grafo con 16 vertici, dei quali: 1 di grado 5, 1 di grado 4, 3 di grado 3, 1 di grado 2 e nessuno di grado maggiore. Se esiste, disegnare il grafico di un tale grafo.
(2) Stabilire se esiste un albero con 16 vertici, dei quali: 1 di grado 5, 1 di grado 4, 3 di grado 3, 1 di grado 2 e nessuno di grado maggiore. Se esiste, disegnare il grafico di un tale grafo.

Esercizio 6. Siano $A \in M_{3\times 2}(\mathbb{Q})$ e $C \in M_{3\times 3}(\mathbb{Q})$ le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare, se possibile, AC e CA.
(2) Determinare, se possibile, il determinante di A e di C.
(3) Determinare, se possibile, le matrici inverse di A e di C.