

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DISCRETA

C.L. Informatica, A-D
Bari, 15 Settembre 2026

Traccia: 3

Esercizio 1. Dare la definizione di coefficiente binomiale. Inoltre, dimostrare, se è vero, che $\forall k \leq n$ si ha

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

Esercizio 2. In S_8 , sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 7 & 2 & 5 & 4 & 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}.$$

- (1) Descrivere esplicitamente l'inverso di g .
- (2) Descrivere l'elemento g come prodotto di cicli disgiunti.
- (3) Stabilire l'ordine di g nel gruppo S_8 .
- (4) Stabilire se l'elemento g è pari o dispari.
- (5) Descrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da g .

Esercizio 3. Dimostrare, con il principio di induzione, se è vero che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$7 \mid 8^n + 6.$$

Esercizio 4. Determinare se le seguenti funzioni

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{Q} \quad f(t) = \frac{2}{3} - \frac{1}{7}t$$

e

$$h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \text{tale che} \quad \forall s \in \mathbb{Z} \quad h(s) = s^4 - 5$$

sono iniettive, suriettive o biiettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$ e le funzioni inverse f^{-1} e h^{-1} .

Esercizio 5. Dati i seguenti numeri complessi:

$$z_1 = 2i - 2, \quad z_2 = 5 + 3i.$$

- (1) Determinare la parte reale e la parte immaginaria di z_1 e z_2 .
- (2) Determinare il modulo di z_1 e z_2 .
- (3) Scrivere in forma algebrica il coniugato di z_1 e z_2 .
- (4) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $\frac{1}{z_2}$, $z_1 z_2$ e $\frac{z_2}{z_1}$.

Esercizio 6. Si consideri sull'insieme $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ la seguente operazione $*$: $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall (x, c), (y, b) \in A \quad (x, c) * (y, b) = (x - 2 + y, \frac{1}{3}cb).$$

- (1) Determinare se l'operazione è associativa.
- (2) Determinare se l'operazione è commutativa.
- (3) Determinare, se esiste, l'elemento neutro della struttura algebrica $(A, *)$.
- (4) Descrivere, se esiste, in modo esplicito l'inverso di $(0, -1)$ in $(A, *)$.