ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. ITPS, M-Z
Bari, 16 Novembre 2022
Traccia: 2

Esercizio 1. In quanti modi possiamo distribuire 41 caramelle a 8 bambini?

In quanti modi possiamo distribuire 41 caramelle a 8 bambini, dandone almeno una a ciascun bambino?

Esercizio 2. Stabilire se le seguenti funzioni

$$h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, t \in \mathbb{R} \qquad h(t) = \frac{1}{3} - 4t^3$$

e

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N} \qquad g(n) = \frac{3n-2}{3+4n},$$

sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre determinare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}.

Esercizio 3. Date tre proposizioni S, T e P, scrivere la tabella di verità di $(T \vee P) \to (\overline{S} \to T)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, c \in \mathbb{Z} \qquad \exists v \in \mathbb{Q} \quad \text{ed} \quad \exists\, z \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad 4c + 6v - z^2 = 0$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 4. Stabilire con il principio di induzione se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{7} \sum_{i=0}^{n+1} \left(\frac{7}{8}\right)^i = \frac{8}{7} - \left(\frac{7}{8}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 5. Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathscr{R} = \{(c, x) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; 7 \mid x - c\},$$

ovvero $\forall c, x \in \mathbb{Z} \quad c \mathscr{R} x \iff \exists t \in \mathbb{Z}$ tale che $x - c = 7t$. Stabilire se $\mathscr{R}$ definisce una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva, di equivalenza o di ordine su $\mathbb{Z}$.

Esercizio 6. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$136x + 312y = 16.$$

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. ITPS, M-Z
Bari, 19 Novembre 2021
Traccia: 1

Esercizio 1. Stabilire con il principio di induzione se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{4}{5}\sum_{i=-1}^{n}\left(\frac{4}{5}\right)^{i} = 5 - 4\left(\frac{4}{5}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 2. Sia ssegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c,d) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z} \mid \exists t \in \mathbb{Z} \text{ tale che } d = tc\},$$

ovvero $\forall c,d \in \mathbb{Z} \quad c\,\mathcal{R}\,d \iff \exists t \in \mathbb{Z}$ tale che $d = tc$. Stabilire se $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza o di ordine su $\mathbb{Z}$.

Esercizio 3. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$62x + 142y = 6.$$

Esercizio 4. Date tre proposizioni T, Q e P, scrivere la tabella di verità di $(T \wedge Q) \vee (\bar{T} \vee P)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, t \in \mathbb{R} \quad \exists s \in \mathbb{Z} \quad \text{ed} \quad \exists\, c \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad 4c - t + 5s^2 = 0$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 5. Determinare se le seguenti funzioni

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, c \in \mathbb{R} \qquad g(c) = \frac{2}{7}c^5 - \frac{3}{4}$$

e

$$h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, s \in \mathbb{R} \qquad h(s) = 5 - \frac{2}{3}s$$

sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse g^{-1} e h^{-1}.

Esercizio 6. Si considerino 6 studenti di Biologia, 7 studenti di Farmacia e 8 studenti di Medicina. Tra gli studenti di Farmacia ci sono 4 Uomini, tra gli studenti di Medicina ci sono 6 Donne e gli studenti di Biologia sono tutte Donne.

a) Stabilire in quanti modi diversi si può formare un comitato di 5 studenti.
b) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 studenti con un rappresentante per ogni materia.
c) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 studenti con un rappresentante per ogni materia ed esattamente un uomo.
d) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 studenti con un rappresentante per ogni materia ed almeno un uomo.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica, M-Z
Bari, 20 Novembre 2020
Traccia: 2

Esercizio 1. Sia ssegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ 21 \mid 5b + 16a\},$$

ovvero $\forall a, b \in \mathbb{Z} \quad a\,\mathcal{R}\,b \iff 21 \mid 5b + 16a$. Stabilire se $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ ed in tal caso scrivere la classe di equivalenza di 1.

Esercizio 2. Stabilire con il principio di induzione se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{7}{8}\right)^{i} = 8\left(\frac{8}{7} - \left(\frac{7}{8}\right)^{n+1}\right).$$

Esercizio 3. Stabilire se le seguenti funzioni

$$f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, c \in \mathbb{Q} \qquad f(c) = 3c^4 + 1$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, s \in \mathbb{R} \qquad h(s) = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}s^3$$

sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre determinare, ove possibile, le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$ e le funzioni inverse h^{-1} e f^{-1}.

Esercizio 4. Considerate tre proposizioni R, S e T, scrivere la tabella di verità di $(R \vee S) \longrightarrow (T \wedge S)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, z \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall\, b \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad \exists\, a \in \mathbb{Q} \quad \text{si ha} \quad 3z - 2b + a = 0.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 5. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$58x + 82y = 8.$$

Esercizio 6. Si considerino 9 Indiani, 6 Australiani e 4 Giapponesi. I Giapponesi sono tutti Uomini, tra gli Indiani ci sono 5 Uomini e tra gli Australiani ci sono 3 Donne.

a) Stabilire in quanti modi diversi si può formare un comitato di 8 persone.
b) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità.
c) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed esattamente una donna.
d) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed almeno una donna.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica, M-Z
Bari, 20 Novembre 2020
Traccia: B

Esercizio 1. Determinare se le seguenti funzioni

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, t \in \mathbb{R} \qquad g(t) = \frac{1}{3} - \frac{4}{5}t^5$$

e

$$h \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, c \in \mathbb{Z} \qquad h(c) = 4 - 2c^2$$

sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}.

Esercizio 2. Si considerino 8 Argentini, 5 Peruviani e 7 Cileni. I Peruviani sono tutte Donne, tra gli Argentini ci sono 3 Uomini e tra i Cileni ci sono 4 Donne.

a) Stabilire in quanti modi diversi si può formare un comitato di 7 persone.
b) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità.
c) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed esattamente un uomo.
d) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed almeno un uomo.

Esercizio 3. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$33x + 120y = 9.$$

Esercizio 4. Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; 23 \mid 6b + 17a\},$$

ovvero $\forall a, b \in \mathbb{Z} \quad a\,\mathcal{R}\,b \iff 23 \mid 6b + 17a$. Stabilire se $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ ed in tal caso scrivere la classe di equivalenza di 2.

Esercizio 5. Applicando il principio di induzione stabilire se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{5}{6}\right)^{i} = 6\left(\frac{6}{5} - \left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}\right).$$

Esercizio 6. Date tre proposizioni T, Q e R, scrivere la tabella di verità di $(T \vee R) \longrightarrow (Q \wedge T)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, t \in \mathbb{Z} \quad \exists\, q \in \mathbb{Q} \quad \text{tale che} \qquad \forall\, s \in \mathbb{N} \quad \text{si ha} \quad t - 2s - q^2 = 0.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

PROVA DI AUTOVALUTAZIONE DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica, M-Z
Bari, 16 Novembre 2018

Esercizio 1. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{3}\sum_{i=0}^{n+1} 3^i = \frac{3^{n+2}-1}{6}.$$

Esercizio 2. Date tre proposizioni R, S ed T, scrivere la tabella di verità di $(R \Longrightarrow S) \wedge (R \Longrightarrow T)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, a \in \mathbb{R} \quad \exists t \in \mathbb{R} \text{ tale che } \quad \forall c \in \mathbb{N} \qquad a - c = t^2.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Stabilire se le seguenti leggi

$$h\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, e \in \mathbb{N} \qquad h(e) = \frac{2e-1}{e+3}$$

e

$$g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = \frac{2}{9} - \frac{3}{4}x^5$$

sono funzioni, ed in tal caso se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}.

Esercizio 4. Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; 15 \mid 4b + 11a\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,b \iff 15 \mid 4b + 11a$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 5. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$180x + 138y = 12.$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 10x \equiv 6 \pmod{7} \\ 81x \equiv 7 \pmod{4} \\ 4x \equiv 12 \pmod{20}. \end{cases}$$

PROVA DI AUTOVALUTAZIONE DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica, M-Z
Bari, 14 Novembre 2017

Esercizio 1. Applicando il principio di induzione stabilire se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n+1}\left(\frac{2}{3}\right)^{i} = \frac{3}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 2. Stabilire se le seguenti leggi

$$h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, c \in \mathbb{R} \qquad h(c) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3}c^3$$

e

$$g : \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \qquad \text{tale che} \qquad \forall\, y \in \mathbb{Z} \qquad g(y) = -3 \mid y \mid$$

sono funzioni, ed in tal caso se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}.

Esercizio 3. Sia assegnato il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 71x \equiv 16 & \pmod 7 \\ 6x \equiv 24 & \pmod{30} \\ 5x \equiv 3 & \pmod 6. \end{cases}$$

Risolvere se possibile il sistema, determinandone tutte le soluzioni.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, S e R, scrivere la tabella di verità di $(S \implies P) \vee (R \wedge S)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall\, s \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad \forall\, a \in \mathbb{Z} \quad \text{si ha} \quad y - s + a \neq 0.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 5. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$174x + 76y = 8.$$

Esercizio 6. Si considerino 5 Messicani, 7 Venezuelani e 9 Peruviani. I Messicani sono tutti Uomini, tra i Venezuelani ci sono 3 Uomini e tra i Peruviani ci sono 4 Donne.

a) Stabilire in quanti modi diversi si può formare un comitato di 8 persone.
b) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità.
c) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed esattamente una donna.
d) Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed almeno una donna.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 16 Novembre 2011

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \setminus \{2\}, \qquad f(n) = \frac{3n}{2n+5}$$

e

$$g \colon \mathbb{Q} \setminus \{2\} \to \mathbb{Q} \setminus \{1\} \qquad g(x) = 2x - 3,$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, f^{-1}, g^{-1}, $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{k=-1}^{n} 5^k = \frac{1}{4}(5^{n+1} - \frac{1}{5}).$$

Esercizio 3. a) Scrivere la definizione di relazione di equivalenza su un insieme e di classe di equivalenza di un elemento.

b) Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ 17 \mid 7a + 10b\},$$

(ovvero $a \,\mathcal{R}\, b \iff 17 \mid 7a + 10b$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 4. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 3 \pmod{11} \\ 50x \equiv 5 \pmod{7} \\ 3x \equiv 12 \pmod{45}. \end{cases}$$

Esercizio 5. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \wedge Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \ \ \exists y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall z \in \mathbb{R} \qquad x = y^2 + z^2$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 6. Calcolare il massimo comun divisore tra i numeri 2340 e 462 ed esprimerlo come combinazione di 2340 e 462.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 16 Novembre 2011

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, \qquad g(n) = n^2 - 4n$$

e

$$h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad h(x) = x^5 - 2,$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, g^{-1}, h^{-1}, $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 2. a) Scrivere la definizione di relazione di equivalenza su un insieme e di classe di equivalenza di un elemento.

b) Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, c) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; 13 \mid 8c + 5a\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,c \iff 13 \mid 8c + 5a$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{k=-2}^{n} \frac{4}{3}k = 2n(\frac{n+1}{3}) - 4.$$

Esercizio 4. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 21 \pmod{33} \\ 61x \equiv 4 \pmod{15} \\ 2x \equiv 3 \pmod{7}. \end{cases}$$

Esercizio 5. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \vee Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, z \in \mathbb{R} \;\; \exists\, x \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall\, y \in \mathbb{R} \qquad z = x^2 - y^3$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 6. Calcolare il massimo comun divisore tra i numeri 2850 e 495 ed esprimerlo come combinazione di 2850 e 495.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 16 Novembre 2011

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$g\colon \mathbb{Z}\setminus\{3\} \to \mathbb{Z}\setminus\{-2\} \qquad g(n) = 3n - 11,$$

e

$$f : \mathbb{Z}\setminus\{-1, 1\} \to \mathbb{Z}\setminus\{3\}, \qquad f(z) = \mid z \mid +2$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, f^{-1}, g^{-1}, $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{k=-1}^{n} 6k^2 = n(n+1)(2n+1) + 6.$$

Esercizio 3. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \Longrightarrow Q$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, y \in \mathbb{R} \;\; \exists\, z \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall\, x \in \mathbb{R} \qquad y = zx + z^2$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 4. a) Scrivere la definizione di relazione di equivalenza su un insieme e di classe di equivalenza di un elemento.

b) Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, b) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z} \;\mid\; 11 \mid 4c + 7b\},$$

(ovvero $c\,\mathcal{R}\,b \Longleftrightarrow 11 \mid 4c + 7b$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 5. Calcolare il massimo comun divisore tra i numeri 5390 e 364 ed esprimerlo come combinazione di 5390 e 364.

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 15 \pmod{21} \\ 89x \equiv 7 \pmod{11} \\ 7x \equiv 13 \pmod{15}. \end{cases}$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi

Brindisi, 19 Novembre 2012

Traccia: 1

Esercizio 1. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \frac{3}{2} i^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)+6}{4}.$$

Esercizio 2. Date le seguenti funzioni

$$h \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \setminus \{1\} \qquad h(x) = 2 \mid x \mid - \frac{1}{2},$$

e

$$g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}, \qquad g(n) = n^3 - 1$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 3. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ xy \text{ dispari } \},$$

(ovvero $x \, \mathcal{R} \, y \iff$ il prodotto xy e' dispari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \vee Q) \wedge R$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall \, p \in \mathbb{N} \ \ \exists \, q \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall r \in \mathbb{Z} \qquad q - 3pr = 0$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$504x + 154y = 14.$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 7x \equiv 7 \pmod{11} \\ 101x \equiv 22 \pmod{10} \\ 3x \equiv 9 \pmod{21}. \end{cases}$$

Esonero di Matematica Discreta
C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 2

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \qquad f(a) = \frac{3}{4}a - 2,$$

e

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}, \qquad g(n) = \frac{2n-3}{3n+1}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \wedge R) \vee Q$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, a \in \mathbb{N} \;\; \exists\, y \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \qquad 2ay = n$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 6 \pmod{30} \\ 122x \equiv 12 \pmod{11} \\ 5x \equiv 1 \pmod{7}. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} (3\,i + 1) = \frac{3}{2}(n+1)(n+2) + n.$$

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$594x + 126y = 18.$$

Esercizio 6. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c,d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; cd \geq 0\},$$

(ovvero $c\,\mathcal{R}\,d \iff$ il prodotto cd e' maggiore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 3

Esercizio 1. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ xy \text{ dispari } \},$$

(ovvero $x\,\mathcal{R}\,y \iff$ il prodotto xy e' dispari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 2. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$504x + 154y = 14.$$

Esercizio 3. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \vee Q) \wedge R$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, p \in \mathbb{N} \ \ \exists\, q \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall r \in \mathbb{Z} \qquad q - 3pr = 0$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 4. Date le seguenti funzioni

$$h\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \setminus \{1\} \qquad\qquad h(x) = 2 \mid x \mid - \frac{1}{2},$$

e

$$g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}, \qquad\qquad g(n) = n^3 - 1$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 7x \equiv 7 \pmod{11} \\ 101x \equiv 22 \pmod{10} \\ 3x \equiv 9 \pmod{21}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \frac{3}{2}\, i^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)+6}{4}.$$

Esonero di Matematica Discreta
C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 4

Esercizio 1. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \wedge R) \vee Q$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, a \in \mathbb{N} \;\; \exists\, y \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \qquad 2ay = n$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} (3\, i + 1) = \frac{3}{2}(n+1)(n+2) + n.$$

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$594x + 126y = 18.$$

Esercizio 4. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\;|\;\; cd \geq 0\},$$

(ovvero $c\,\mathcal{R}\,d \iff$ il prodotto cd e' maggiore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 6 \pmod{30} \\ 122x \equiv 12 \pmod{11} \\ 5x \equiv 1 \pmod{7}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Date le seguenti funzioni

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \qquad f(a) = \frac{3}{4}a - 2,$$

e

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}, \qquad g(n) = \frac{2n-3}{3n+1}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: a

Esercizio 1. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(z, w) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid zw \leq 0\},$$

(ovvero $z \, \mathcal{R} \, w \Longleftrightarrow$ il prodotto zw e' minore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 2. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$396x + 156y = 12.$$

Esercizio 3. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \vee (Q \wedge R)$
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{Z} \ \exists\, c \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a - 4b + c = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 4. Date le seguenti funzioni

$$h \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad\qquad h(z) = \frac{1}{3}z^5 - 1,$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{R}, \qquad\qquad f(y) = \sqrt{y^2 + 2}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 112x \equiv 2 \pmod{11} \\ 4x \equiv 12 \pmod{28} \\ 7x \equiv 4 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} 3\, i^3 = \frac{3}{4}\left((n+1)^2(n+2)^2 - 4\right).$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi

Brindisi, 19 Novembre 2012

Traccia: b

Esercizio 1. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \wedge (R \vee Q)$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, x \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, z \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad x = 2y - z.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3^{n+1}}\right).$$

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$585x + 165y = 15.$$

Esercizio 4. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; ab \;\text{ pari }\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,b \iff$ il prodotto ab e' pari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 50x \equiv 73 \pmod{7} \\ 3x \equiv 3 \pmod{33} \\ 6x \equiv 2 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Date le seguenti funzioni

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \qquad\qquad g(n) = \frac{1-n}{2n+2},$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \qquad\qquad f(z) = \frac{7}{5}z + 11$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: c

Esercizio 1. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} 3\, i^3 = \frac{3}{4}\left((n+1)^2(n+2)^2 - 4\right).$$

Esercizio 2. Date le seguenti funzioni

$$h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad\qquad h(z) = \frac{1}{3}z^5 - 1,$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{R}, \qquad\qquad f(y) = \sqrt{y^2 + 2}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esercizio 3. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(z, w) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid\ zw \leq 0\},$$

(ovvero $z\,\mathcal{R}\,w \Longleftrightarrow$ il prodotto zw e' minore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \vee (Q \wedge R)$
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{Z}\ \ \exists\, c \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \quad a - 4b + c = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$396x + 156y = 12.$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 112x \equiv 2 \pmod{11} \\ 4x \equiv 12 \pmod{28} \\ 7x \equiv 4 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi

Brindisi, 19 Novembre 2012

Traccia: d

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \qquad\qquad g(n) = \frac{1-n}{2n+2},$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \qquad\qquad f(z) = \frac{7}{5}z + 11$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \wedge (R \vee Q)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, x \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, z \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad x = 2y - z.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 50x \equiv 73 \pmod{7} \\ 3x \equiv 3 \pmod{33} \\ 6x \equiv 2 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3^{n+1}}\right).$$

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$585x + 165y = 15.$$

Esercizio 6. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.

b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; ab \;\text{ pari }\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,b \iff$ il prodotto ab e' pari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 1

Esercizio 1. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 94x \equiv 5 \pmod{3} \\ 2x \equiv 10 \pmod{11} \\ 6x \equiv 18 \pmod{48}. \end{cases}$$

Esercizio 2. Date tre proposizioni Q, R ed P, scrivere la tabella di verità di $P \vee (R \Longrightarrow Q)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \quad \exists\, y \in \mathbb{N} \text{ tale che } \quad \forall c \in \mathbb{R} \qquad x - yc^2 = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 4. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$115x + 280y = 30.$$

Esercizio 5. Si consideri un gruppo di 4 Inglesi, 5 Francesi e 6 Spagnoli. Gli inglesi sono tutti uomini, i Francesi sono 2 uomini e 3 Donne, gli Spagnoli sono 3 Donne e 3 Uomini.

1) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
2) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente una donna?
3) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due donne?
4) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno una donna?

Esercizio 6. Date le seguenti leggi

$$f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \qquad\qquad f(x) = \sqrt[3]{x^2},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad\qquad h(b) = 3 - \frac{11}{15}b$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 2

Esercizio 1. Si consideri un gruppo di 6 Svedesi, 3 Italiani e 6 Olandesi. Gli Italiani sono tutte donne, gli Svedesi sono 4 Donne e 2 Uomini, gli Olandesi sono 3 Donne e 3 Uomini.

a) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
b) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente un uomo?
c) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due uomini?
d) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno un uomo?

Esercizio 2. Date le seguenti leggi

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R} \qquad g(n) = \frac{2n-1}{n+4},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(a) = \frac{2}{5}a^5 - 3$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$110x + 135y = 20.$$

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \implies R) \wedge Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, b \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a + 5t = b.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 10 \pmod{22} \\ 81x \equiv 11 \pmod{8} \\ 4x \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{1}{4}\right)^i = \frac{16}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 3

Esercizio 1. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 94x \equiv 5 \pmod{3} \\ 2x \equiv 10 \pmod{11} \\ 6x \equiv 18 \pmod{48}. \end{cases}$$

Esercizio 2. Date tre proposizioni Q, R ed P, scrivere la tabella di verità di $P \vee (R \Longrightarrow Q)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \quad \exists\, y \in \mathbb{N} \text{ tale che } \quad \forall c \in \mathbb{R} \qquad x - yc^2 = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 4. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$115x + 280y = 30.$$

Esercizio 5. Si consideri un gruppo di 4 Inglesi, 5 Francesi e 6 Spagnoli. Gli inglesi sono tutti uomini, i Francesi sono 2 uomini e 3 Donne, gli Spagnoli sono 3 Donne e 3 Uomini.

1) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
2) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente una donna?
3) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due donne?
4) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno una donna?

Esercizio 6. Date le seguenti leggi

$$f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \qquad\qquad f(x) = \sqrt[3]{x^2},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad\qquad h(b) = 3 - \frac{11}{15}b$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 4

Esercizio 1. Si consideri un gruppo di 6 Svedesi, 3 Italiani e 6 Olandesi. Gli Italiani sono tutte donne, gli Svedesi sono 4 Donne e 2 Uomini, gli Olandesi sono 3 Donne e 3 Uomini.

a) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
b) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente un uomo?
c) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due uomini?
d) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno un uomo?

Esercizio 2. Date le seguenti leggi

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R} \qquad g(n) = \frac{2n-1}{n+4},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(a) = \frac{2}{5}a^5 - 3$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$110x + 135y = 20.$$

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \implies R) \wedge Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{Z} \ \ \exists\, b \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a + 5t = b.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 10 \pmod{22} \\ 81x \equiv 11 \pmod{8} \\ 4x \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{1}{4}\right)^i = \frac{16}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n.$$