

ESERCIZI DI GEOMETRIA 3

C.d.L Matematica - A. A. 2023-2024
30 Ottobre 2023

Esercizio 1. In $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$. Si considerino in $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ il punto $Q[1, 0, 0, 1, 0]$ e la retta

$$r : \begin{cases} x_0 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_0 + x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

Si determinino la dimensione e le equazioni parametriche e cartesiane del sottospazio proiettivo $r \vee \{Q\}$. Determinare le equazioni del sistema lineare di centro il sottospazio $r \vee \{Q\}$.

Esercizio 2. In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1, x_2, x_3]$. Si considerino le rette

$$r : \begin{cases} x_0 - x_1 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x_1 = 0 \\ 3x_3 - x_0 - 2x_2 = 0 \end{cases}$$

Stabilire se esiste un piano di $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ contenente r e s .

Esercizio 3. In $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$. Si considerino in $\mathbb{P}^4(\mathbb{R})$ il punto $Q[-1, 1, 1, 1, 1]$, la retta r passante per i punti $A[-1, 2, 2, 2, 1]$ e $B[1, 0, 0, 0, 1]$ e il piano

$$\pi : \begin{cases} x_1 - x_0 = 0 \\ x_0 - x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Si determinino la dimensione e le equazioni parametriche e cartesiane del sottospazio proiettivo $\{Q\} \vee r \vee \pi$.

Esercizio 4. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1]$. Si considerino i punti

$$A[2, 1], \quad B[2, -1], \quad C[0, 1].$$

Si determini il quarto armonico.

Esercizio 5. In $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1, x_2, x_3]$. Si considerino i punti

$$P_1 = [0, 1, 0, 0], \quad P_2 = [0, 1, 1, 0], \quad P_3 = [0, 2, 1, 0].$$

Si verifichi che i punti sono allineati e si determini il quarto armonico.