

ESERCIZI DI GEOMETRIA 3

C.d.L Matematica - A. A. 2022-2023
22 Novembre 2022

Esercizio 1. Determinare le derivate parziali formali $\frac{\partial}{\partial x_1}$ e $\frac{\partial}{\partial x_2}$ dei seguenti polinomi in $\mathbb{R}[x_1, x_2]$

$$\begin{aligned}f(x_1, x_2) &= x_1^3 \\f(x_1, x_2) &= 2x_2^2 + 4x_2^3 \\f(x_1, x_2) &= -3x_1x_2 + 4x_2^3 + 5x_1^2x_2^3 \\f(x_1, x_2) &= 4x_1x_2^4 - 3x_1^3x_2.\end{aligned}$$

Esercizio 2. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1]$. Si determini se esiste una proiettività $f : \mathbb{P}^1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ tale che

$$f([1, 0]) = [1, 2], \quad f([1, 2]) = [5, 8] \quad f([2, 1]) = [4, 7].$$

In caso affermativo, determinare esplicitamente una tale f , classificarla, determinare eventuali punti uniti e stabilire se tale proiettività è unica.

Esercizio 3. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1]$. Si determini se esiste una proiettività $f : \mathbb{P}^1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ tale che

$$f([1, 1]) = [-3, 7], \quad f([2, 3]) = [-1, 2] \quad f([0, 1]) = [-3, 4].$$

In caso affermativo, determinare esplicitamente una tale f , classificarla, determinare eventuali punti uniti e stabilire se tale proiettività è unica.

Esercizio 4. In $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$, sia fissato un riferimento proiettivo con coordinate $[x_0, x_1]$. Si determini se esiste una proiettività $f : \mathbb{P}^1(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ tale che

$$f([1, 0]) = [1, -1], \quad f([0, 1]) = [2, 3] \quad f([1, 1]) = [3, 2].$$

In caso affermativo, determinare esplicitamente una tale f , classificarla, determinare eventuali punti uniti e stabilire se tale proiettività è unica.