

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

I TPS- Corso B - A. A. 2021-2022
28 Ottobre 2021 ¹

Esercizio 1. Determinare quoziente e resto nelle divisioni di a per $b \neq 0$ dove:

$$\begin{aligned} a &= 20 & b &= 3 \\ a &= 90 & b &= -4 \\ a &= -90 & b &= -4 \\ a &= -90 & b &= 4 \\ a &= 100 & b &= 2 \\ a &= 160 & b &= 3 \\ a &= -81 & b &= -80 \\ a &= 81 & b &= -80 \\ a &= -81 & b &= 80 \\ a &= 81 & b &= 80. \end{aligned}$$

Esercizio 2. Dimostrare che per ogni $n \geq 0$ si ha:

$$3 \mid 4^n + 2.$$

Esercizio 3. Dimostrare che per ogni $n \geq 0$ si ha:

$$8 \mid 3^{2n} - 1.$$

Esercizio 4. Dimostrare che per ogni $n \geq 0$ si ha:

$$7 \mid 8^n + 6.$$

Esercizio 5. Si consideri su \mathbb{Z} la seguente relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 11 \mid 3c + 8d\},$$

(ovvero $\forall c, d \in \mathbb{Z}, c \mathcal{R} d \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ tale che $11k = 3c + 8d$).

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione d'ordine o di equivalenza su \mathbb{Z} . Inoltre, se tale relazione è di equivalenza, descrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 6. Si consideri su \mathbb{Z} la seguente relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 14 \mid 9c + 5d\},$$

(ovvero $\forall c, d \in \mathbb{Z}, c \mathcal{R} d \iff 14 \mid 9c + 5d \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ tale che $9c + 5d = 14k$).

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione d'ordine o di equivalenza su \mathbb{Z} . Inoltre, se tale relazione è di equivalenza, descrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 7. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(s, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 16 \mid 5t + 11s\},$$

(ovvero $\forall s, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff 16 \mid 5t + 11s$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 8. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(s, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 12 \mid 5t + 7s\},$$

(ovvero $\forall s, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff 12 \mid 5t + 7s$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 9. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 13 \mid 4a + 9t\},$$

(ovvero $\forall a, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff 13 \mid 4a + 9t$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.