

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024

Donatella Iacono

26 Ottobre 2023 ¹

Esercizio 1. Si definisca la seguente relazione sull'insieme $A = \mathbb{R}$:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a \mathcal{R} b \iff a = b^5,$$

ovvero

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid a = b^5\}.$$

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

Esercizio 2. Sia A un insieme finito. Si definisca sull'insieme delle parti di A $\mathcal{P}(A)$ la seguente relazione

$$\forall X, Y \in \mathcal{P}(A) \quad X \mathcal{R} Y \iff X \subseteq Y.$$

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

Esercizio 3. Sia A un insieme finito. Si definisca sull'insieme delle parti di A $\mathcal{P}(A)$ la seguente relazione

$$\forall X, Y \in \mathcal{P}(A) \quad X \mathcal{R} Y \iff |X| = |Y|.$$

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

Esercizio 4. Sia A l'insieme delle rette del piano. Si definisca sull'insieme A la seguente relazione

$$\forall r, s \in A \quad r \mathcal{R} s \iff r \text{ è perpendicolare ad } s.$$

ovvero

$$\mathcal{R} = \{(r, s) \in A \times A \mid r \text{ è perpendicolare a } s\}.$$

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

Esercizio 5. Sia assegnata su \mathbb{N} la relazione:

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \quad a \mathcal{R} b \iff \exists x \in \mathbb{N} \text{ con } b = ax.$$

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

Esercizio 6. Sia assegnata su \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(z, w) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid zw \leq 0\},$$

ovvero

$$\forall z, w \in \mathbb{Z} \quad z \mathcal{R} w \iff zw \leq 0.$$

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.