

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2021-2022
23 Novembre 2021 ¹

Esercizio 1. Si definisca sull'insieme \mathbb{Z} la seguente operazione $*$: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, tale che

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} \quad x * y = xy + x.$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi che ammettono inverso.

Esercizio 2. Si definisca sull'insieme \mathbb{Z} la seguente operazione $*$: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, tale che

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} \quad x * y = 2xy + x + y.$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi che ammettono inverso.

Esercizio 3. Sia assegnata sull'insieme $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, la seguente operazione \cdot : $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall (x, y), (z, t) \in A \quad (x, y) \cdot (z, t) = (xz, yt).$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi invertibili in (A, \cdot) .

Esercizio 4. Sia assegnata sull'insieme $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ ², la seguente legge $*$: $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall (x, y), (z, t) \in A \quad (x, y) * (z, t) = (x + z, yt).$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi invertibili.

Esercizio 5. Sia assegnata sull'insieme $A = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, la seguente operazione $*$: $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall x, z \in A \quad x * z = x + z + xz.$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi invertibili.

Esercizio 6. Sia assegnata sull'insieme $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, la seguente operazione $*$: $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall (a, b), (c, d) \in A \quad (a, b) * (c, d) = (ac - bd, ad + bc).$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi invertibili.

Esercizio 7. Sia assegnata sull'insieme $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, la seguente operazione $*$: $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall (a, x), (t, z) \in A \quad (a, x) * (t, z) = (3at, x + 2 + z).$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi invertibili.

Esercizio 8. Sia assegnata sull'insieme $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, la seguente operazione $*$: $A \times A \rightarrow A$, tale che

$$\forall (a, x), (t, z) \in A \quad (a, x) * (t, z) = (a + t, 2xz).$$

Se esiste l'elemento neutro, determinare gli elementi invertibili.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

²In $\mathbb{Q}^* \times \mathbb{Q}^*$ non è una operazione: ad esempio $(2, 1) * (-2, 1) = (0, 1)$ e non appartiene all'insieme.