

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024

Donatella Iacono

19 Ottobre 2023 ¹

Esercizio 1. Ci sono 90 studenti, 35 sono donne, 20 hanno l'iphone, 15 donne hanno l'iphone. Si determini

- Quanti sono i maschi senza iphone.
- Quanti sono i maschi con l'iphone.
- Quanti sono gli studenti o maschi o con l'iphone.

Esercizio 2. Al primo anno di Informatica, sono iscritti 120 studenti. 40 studenti sono donne, 60 studenti sono biondi. 30 sono maschi biondi. Supponendo solo donne o uomini e solo mori o biondi, stabilire il numero di studentesse bionde, studentesse more e maschi mori. Studenti che sono donne o biondi.

Esercizio 3. Dimostrare che $\forall n \geq 0$, si ha

$$\sum_{i=0}^n \frac{1}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^n}.$$

Esercizio 4. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^n 3^i = \frac{3^{n+1} - 1}{4}.$$

Esercizio 5. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=0}^{n+1} \frac{3}{(2+i)} \frac{1}{(3+i)} = \frac{n+1}{n+4} + \frac{1}{2}.$$

Attenzione: nei seguenti esercizi la somma non inizia da zero ma il principio di induzione non cambia.

Esercizio 6. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{(2+i)(3+i)} = \frac{n+1}{3(n+4)}.$$

Esercizio 7. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} 3i^3 = \frac{3}{4} ((n+1)^2(n+2)^2 - 4).$$

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 8. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} (3i + 1) = \frac{3}{2} ((n + 1)(n + 2)) + n.$$

Esercizio 9. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3^{n+1}}\right).$$

Esercizio 10. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-2}^n 2i = n^2 + n - 6.$$