

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024  
Donatella Iacono  
17 Ottobre 2023 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 2n + 1 & n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione  $\{b_n\}_n$  con  $b_n = (n+1)^2$  per ogni  $n \geq 0$ .

**Esercizio 2.** Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{b_n\}_n = \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_n = b_{n-1} + 2 & n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione  $\{a_n\}_n$  con  $a_n = 2n + 1$  per ogni  $n \geq 0$ .

**Esercizio 3.** Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = 0 \\ a_n = a_{n-1} + n & n > 0. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione  $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  con  $b_n = \frac{n(n+1)}{2}$  per ogni  $n \geq 0$ .

**Esercizio 4.** Verificare che la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = 2 \cdot a_{n-1} & n > 0. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione  $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  con  $b_n = 2^n$  per ogni  $n \geq 0$ .

**Esercizio 5.** Verificare che la seguente successione  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_n = \begin{cases} a_0 = \frac{1}{3} \\ a_n = a_{n-1} + n(n+1) + \frac{1}{3} & n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione  $\{b_n\}_n$  con  $b_n = \frac{1}{3}(n+1)^3$ , per ogni  $n \geq 0$ .

**Esercizio 6.** Dimostrare che  $\forall n \geq 0$ , si ha

$$\sum_{i=0}^n \frac{1}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^n}.$$

**Esercizio 7.** Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , si ha

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^n 3^i = \frac{3^{n+1} - 1}{4}.$$

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.