

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024

Donatella Iacono

14 Dicembre 2023 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Siano  $A \in Mat_{4 \times 3}(\mathbb{R})$  e  $B \in Mat_{3 \times 3}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Calcolare le matrici trasposte  $A^t, B^t$ .

**Esercizio 2.** Date le seguenti matrici, calcolare ove possibile la somma.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 3 & -7 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 3.** Siano  $A \in M_{4 \times 3}(\mathbb{R})$  e  $B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile, i prodotti  $AB$  e  $BA$ .

**Esercizio 4.** Date le seguenti matrici, calcolare ove possibile il prodotto.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & -7 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 5.** Siano  $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  e  $B \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  le seguenti matrici.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile,  $AB$ ,  $\det(A)$ ,  $\det(B)$  e  $\det(AB)$ .

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

**Esercizio 6.** Date le seguenti matrici, calcolare il determinante (eventualmente in due modi diversi ovvero scegliendo una diversa riga o colonna).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -8 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(I valori dei determinanti potrebbero essere  $2, 2, -30, -2, 2$ ).

**Esercizio 7.** Siano  $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  e  $B \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  le seguenti matrici.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile,  $A^{-1}$  e  $B^{-1}$ .

**Esercizio 8.** Sia  $A$  la seguente matrice in  $M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Calcolare i complementi algebrici di ogni elemento, il determinante e  $A^{-1}$ .

**Esercizio 9.** Date le seguenti matrici, calcolare se possibile l'inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 10.** Si considerino le matrici  $A \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$  e  $C \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

- (1) Determinare, se possibile,  $AC$  e  $CA$ .
- (2) Determinare se possibile, il determinante di  $A$  e di  $C$ .
- (3) Determinare, se possibile, le matrici inverse di  $A$  e di  $C$ .

**Esercizio 11.** Siano  $B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  e  $D \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$  le seguenti matrici

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

- (1) Calcolare, se possibile,  $DB$  e  $BD$ .
- (2) Calcolare, se possibile, il determinante di  $B$  e di  $D$ .
- (3) Calcolare, se possibile, le matrici inverse di  $B$  e di  $D$ .