

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

I TPS- Corso B - A. A. 2021-2022
14 Ottobre 2021 ¹

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(n) = \frac{n+1}{5};$$

$$g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad g(x) = 5x - 6;$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1} , e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Date le seguenti leggi

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(n) = 2 |n| + \frac{1}{2},$$

e

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) = 1 - \frac{3}{4}x^5$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1} , e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 3. Date le seguenti funzioni

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{2\}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = \frac{3n}{2n+5}$$

e

$$g: \mathbb{Q} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{1\} \quad \forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{2\} \quad g(x) = 2x - 3,$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, se possibile, f^{-1} , g^{-1} , $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 4. Date le seguenti leggi:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{1\}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = \frac{n}{n+1}$$

e

$$g: \mathbb{Q} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{2\}, \quad \forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\} \quad g(x) = \frac{2x+1}{x+1};$$

determinare se possibile le funzioni inverse.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 5. Date le seguenti funzioni

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad g(n) = \frac{1-n}{2n+2},$$

e

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad \forall z \in \mathbb{Q} \quad f(z) = \frac{7}{5}z + 11$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1} , e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 6. Date le seguenti funzioni

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall z \in \mathbb{R} \quad h(z) = \frac{1}{3}z^5 - 1,$$

e

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \forall y \in \mathbb{Q} \quad f(y) = \sqrt{y^2 + 2}$$

(consideriamo la determinazione positiva della radice) stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1} , f^{-1} , e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esercizio 7. Date le seguenti funzioni

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall a \in \mathbb{Q} \quad f(a) = \frac{3}{4}a - 2,$$

e

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad g(n) = \frac{2n-3}{3n+1}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} , g^{-1} , e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.