

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024

Donatella Iacono

13 Ottobre 2023 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Determinare se le seguenti funzioni

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad g(t) = \frac{1}{3} - \frac{4}{5}t^5$$

e

$$h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{Z} \quad h(c) = 4 - 2c^2$$

sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni  $g \circ h$  e  $h \circ g$  e le funzioni inverse  $h^{-1}$  e  $g^{-1}$ .

**Esercizio 2.** Date le seguenti funzioni

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall a \in \mathbb{Q} \quad f(a) = \frac{3}{4}a - 2,$$

e

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad g(n) = \frac{2n - 3}{3n + 1}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$ , e le composizioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

**Esercizio 3.** Dimostrare col principio di induzione che  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$0 + 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

**Esercizio 4.** Dimostrare col principio di induzione che  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \dots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}.$$

**Esercizio 5.** Dimostrare col principio di induzione che  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$0 + 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

**Esercizio 6.** Dimostrare col principio di induzione che per ogni fisato  $q \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$  e  $\forall n \in \mathbb{N}$  si ha

$$q^0 + q^1 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

**Esercizio 7.** Dimostrare col principio di induzione che  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$2^0 + 2^1 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.