

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024

Donatella Iacono

10 Ottobre 2023 ¹

Esercizio 1. Si considerino le funzioni del foglio del 9 Ottobre 2023 e si determini se siano invertibili o meno, ovvero si considerino le funzioni:

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(n) = \frac{n+1}{5};$$

$$g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad g(x) = 5x - 6;$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \forall a \in \mathbb{N} \quad g(a) = a^3 - 4$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad h(y) = y^4 + 7,$$

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(n) = 2 |n| + \frac{1}{2},$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) = 1 - \frac{3}{4}x^5.$$

Stabilire per ogni funzione se esiste la funzione inversa e determinarla.

Esercizio 2. Date le seguenti funzioni

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \forall s \in \mathbb{N} \quad g(s) = s^2 - 4s$$

e

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad h(x) = x^5 - 2,$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Stabilire se esistono h^{-1} , g^{-1} , $g \circ h$ e $h \circ g$ ed in caso affermativo determinarle.

Esercizio 3. Stabilire se le seguenti funzioni

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{Q} \quad f(c) = 3c^4 + 1$$

e

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall s \in \mathbb{R} \quad h(s) = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}s^3$$

sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre determinare, ove possibile, le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$ e le funzioni inverse h^{-1} e f^{-1} .

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 4. Date le seguenti leggi:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{1\}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = \frac{n}{n+1}$$

e

$$g : \mathbb{Q} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{Q} \setminus \{2\}, \quad \forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\} \quad g(x) = \frac{2x+1}{x+1};$$

determinare se possibile le funzioni inverse.

Esercizio 5. Date le seguenti funzioni

$$g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad g(n) = \frac{1-n}{2n+2},$$

e

$$f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad \forall z \in \mathbb{Q} \quad f(z) = \frac{7}{5}z + 11$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1} , e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.