

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2021-2022

07 Ottobre 2021 ¹

Esercizio 1. Sia data la seguente proposizione

$$\exists s \in \mathbb{N} \quad \text{tale che } \forall b \in \mathbb{Z} \quad \exists q \in \mathbb{R} \quad \text{con } b + s - q = 0.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

Esercizio 2. Sia data la seguente proposizione

$$\exists s \in \mathbb{N} \quad \text{tale che } \forall b \in \mathbb{R} \quad \exists q \in \mathbb{Z} \quad \text{con } b + s - q = 0.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

Esercizio 3. Sia data la seguente proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che } \forall z \in \mathbb{R} \quad x = y^2 + z^2.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P , S ed Q , scrivere la tabella di verità di $(P \wedge Q) \rightarrow S$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \exists y \in \mathbb{N} \quad x = t^2 + y.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \vee \overline{Q}$, dove \overline{Q} indica la negazione di Q . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists n \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che } x^2 = n^2 + 1$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 6. Date tre proposizioni R , S ed T , scrivere la tabella di verità di $(R \rightarrow S) \wedge (R \rightarrow T)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{N} \quad a - c = t^2.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 7. Stabilire se la proposizione

$$\forall z \in \mathbb{R} \quad \exists x \in \mathbb{R} \quad \text{tale che } \forall y \in \mathbb{R} \quad z = x^2 - y^3$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 8. Date tre proposizioni P, Q, R scrivere la tabella di verità di $(P \vee Q) \wedge R$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists a \in \mathbb{N} \text{ tale che } \forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad a = x^2 - y^3$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 9. Date le seguenti leggi, stabilire se sono funzioni

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = x^2$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall x \in \mathbb{N} \quad f(x) = -x^2$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall a \in \mathbb{N} \quad f(a) = 2a - 1$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad f(t) = 2t$$

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = \frac{x}{2}$$

$$h : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad \forall y \in \mathbb{Q} \quad h(y) = \frac{1}{y}$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow P, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = 2n \quad (\text{con } P = \text{insieme numeri pari})$$

Esercizio 10. Data la seguente legge:

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = 2x + 3,$$

stabilire se è una funzione e determinare $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$.

Esercizio 11. Data la seguente legge $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = \begin{cases} 2 & \text{se } n \text{ è pari} \\ 5 & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

Stabilire se è una funzione e calcolare $f^{-1}(1)$ e $f^{-1}(\{1, 2, 3, 4, 5\})$.