

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2023-2024

Donatella Iacono

06 Ottobre 2023 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Date tre proposizioni  $P$ ,  $S$  ed  $Q$ , scrivere la tabella di verità di  $(P \wedge Q) \longrightarrow S$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \exists y \in \mathbb{N} \quad x = t^2 + y.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 2.** Date due proposizioni  $P$  e  $Q$  scrivere la tabella di verità di  $P \vee \overline{Q}$ , dove  $\overline{Q}$  indica la negazione di  $Q$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists n \in \mathbb{Z} \text{ tale che } x^2 = n^2 + 1$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 3.** Date tre proposizioni  $R$ ,  $S$  ed  $T$ , scrivere la tabella di verità di  $(R \longrightarrow S) \wedge (R \longrightarrow T)$ .

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{N} \quad a - c = t^2.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 4.** Stabilire se la proposizione

$$\forall z \in \mathbb{R} \quad \exists x \in \mathbb{R} \text{ tale che } \forall y \in \mathbb{R} \quad z = x^2 - y^3$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 5.** Date tre proposizioni  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  scrivere la tabella di verità di  $(P \vee Q) \wedge R$ .

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists a \in \mathbb{N} \text{ tale che } \forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad a = x^2 - y^3$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 6.** Date tre proposizioni  $T$ ,  $Q$  e  $P$ , scrivere la tabella di verità di  $(T \wedge Q) \vee (\overline{T} \vee P)$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall t \in \mathbb{R} \quad \exists s \in \mathbb{Z} \quad \text{ed} \quad \exists c \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad 4c - t + 5s^2 = 0$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

**Esercizio 7.** Considerate tre proposizioni  $R$ ,  $S$  e  $T$ , scrivere la tabella di verità di  $(R \vee S) \longrightarrow (T \wedge S)$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists z \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad \exists a \in \mathbb{Q} \quad \text{si ha} \quad 3z - 2b + a = 0.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

**Esercizio 8.** Date tre proposizioni  $P$ ,  $Q$  ed  $R$ , scrivere la tabella di verità di  $(P \vee Q) \longrightarrow R$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall v \in \mathbb{Z} \quad \exists u \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad \text{si ha} \quad -11u^2t^2 - 2v = u^3t^3 - 2v.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 9.** Considerate tre proposizioni  $P$ ,  $T$  e  $S$ , scrivere la tabella di verità di  $(P \vee T) \wedge (\bar{P} \wedge S)$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists u \in \mathbb{R} \quad \text{con} \quad -u + 5x - 4a = 0$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

**Esercizio 10.** Sia  $f : A \rightarrow B$  una funzione, e siano  $X, X' \subseteq A$  e  $Y, Y' \subseteq B$ . Allora, dimostrare che:

$$(1) f(X \cap X') \subseteq f(X) \cap f(X')$$

$$(2) f(X \cup X') = f(X) \cup f(X')$$

$$(3) f^{-1}(Y \cap Y') = f^{-1}(Y) \cap f^{-1}(Y')$$

$$(4) f^{-1}(Y \cup Y') = f^{-1}(Y) \cup f^{-1}(Y')$$

**Esercizio 11.** Date le seguenti funzioni, stabilire se sono iniettive, suriettive.

$$f : \mathbb{Q} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad \forall x \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad g(x) = |x|$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad f(t) = |t|$$

**Esercizio 12.** Si considerino le funzioni:

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad f(n) = \frac{n+1}{5};$$

$$g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad g(x) = 5x - 6;$$

- a) Stabilire se  $f$  è iniettiva, suriettiva.
- b) Stabilire se  $g$  è iniettiva, suriettiva.