PROVA SCRITTA DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. ITPS, M-Z
Bari,18 Febbraio 2022
Traccia: 2

Esercizio 1. Considerate tre proposizioni S, R e Q, scrivere la tabella di verità di $(S \vee \overline{R}) \wedge (R \to Q)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, s \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \forall\, q \in \mathbb{Q} \quad \text{si ha che} \quad s + t^3 + 2q = t^3.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 2. Risolvere, se possibile, il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 34x \equiv 5 \pmod{3} \\ 7x \equiv 5 \pmod{4} \\ 36x \equiv 24 \pmod{30}. \end{cases}$$

Esercizio 3. In S_9, sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 5 & 3 & 7 & 8 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

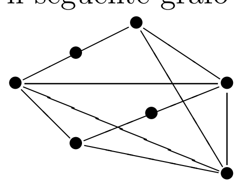
(1) Scrivere g come prodotto di cicli disgiunti.
(2) Determinare l'ordine di g nel gruppo S_9.
(3) Determinare se l'elemento g è pari o dispari.
(4) Determinare esplicitamente l'inverso di g.
(5) Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da g.

Esercizio 4. Verificare se la seguente successione definita per ricorrenza

$$\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}} = \begin{cases} a_0 = & 0 \\ a_n = & a_{n-1} + 4(n+1) \quad n \geq 1. \end{cases}$$

ammette come formula chiusa la successione $\{b_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, con $b_n = 2n(n+3)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Esercizio 5. Sia assegnato il seguente grafo $\mathcal{G}$



(1) Stabilire se il grafo $\mathcal{G}$ è planare e determinare la valenza dei suoi vertici.
(2) Stabilire se il grafo $\mathcal{G}$ ammette cammini euleriani e/o circuiti euleriani.
(3) Stabilire se il grafo $\mathcal{G}$ ammette cammini hamiltoniani.
(4) Stabilire se il grafo $\mathcal{G}$ è bipartito.

Esercizio 6. Dare la definizione di relazione di equivalenza su un insieme A non vuoto e di classe di equivalenza. Dimostrare che se $\mathscr{R}$ è una relazione di equivalenza su A allora

$$\forall a, b \in A \quad \text{si ha che} \quad a\mathscr{R}b \Longleftrightarrow [a]_{\mathscr{R}} = [b]_{\mathscr{R}}.$$