

PROVA DI AUTOVALUTAZIONE DI MATEMATICA DISCRETA

C.L. Informatica, A-L
Bari, 11 Novembre 2024

Esercizio 1. Stabilire se le seguenti leggi

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{R} \quad h(c) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3}c^3$$

e

$$g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \quad g(y) = -3 | y |$$

sono funzioni, ed in tal caso se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1} .

Esercizio 2. Date tre proposizioni P , S e R , scrivere la tabella di verità di $(S \implies P) \vee (R \wedge S)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall s \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad \forall a \in \mathbb{Z} \quad \text{si ha} \quad y - s + a \neq 0.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 3. Sia A un insieme finito di cardinalità n . Dare la definizione di insieme $\mathcal{P}(A)$ della parti di A . Inoltre stabilire la cardinalità di $\mathcal{P}(A)$ e dare una dimostrazione dettagliata della risposta.

Esercizio 4. Stabilire con il principio di induzione se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^n \frac{6}{5}i = \frac{3(n(n+1)-2)}{5}.$$

Esercizio 5. Consideriamo 9 cileni, 8 Brasiliani 6 Peruviani. I Peruviani sono tutte Donne, tra i Cileni ci sono 5 Donne e tra i Brasiliani ci sono 5 Uomini.

- In quanti modi diversi si può formare un comitato di 7 persone?
- In quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità?
- In quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed esattamente un uomo?
- In quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed almeno un uomo?

Esercizio 6. Si consideri su \mathbb{Z} la seguente relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 7 \mid d - a\},$$

(ovvero $\forall a, d \in \mathbb{Z} \quad a \mathcal{R} d \iff 7 \mid d - a \iff \exists k \in \mathbb{Z}, \text{ tale che } d - a = 7k$). Determinare se \mathcal{R} è una relazione riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.