

MATHOON

la matematica da guardare

Donatella Iacono

Sabina Milella



Alumni Mathematica

BGeek

27/29 MAGGIO 2016
Palafiorio Bari



dov'è la differenza?

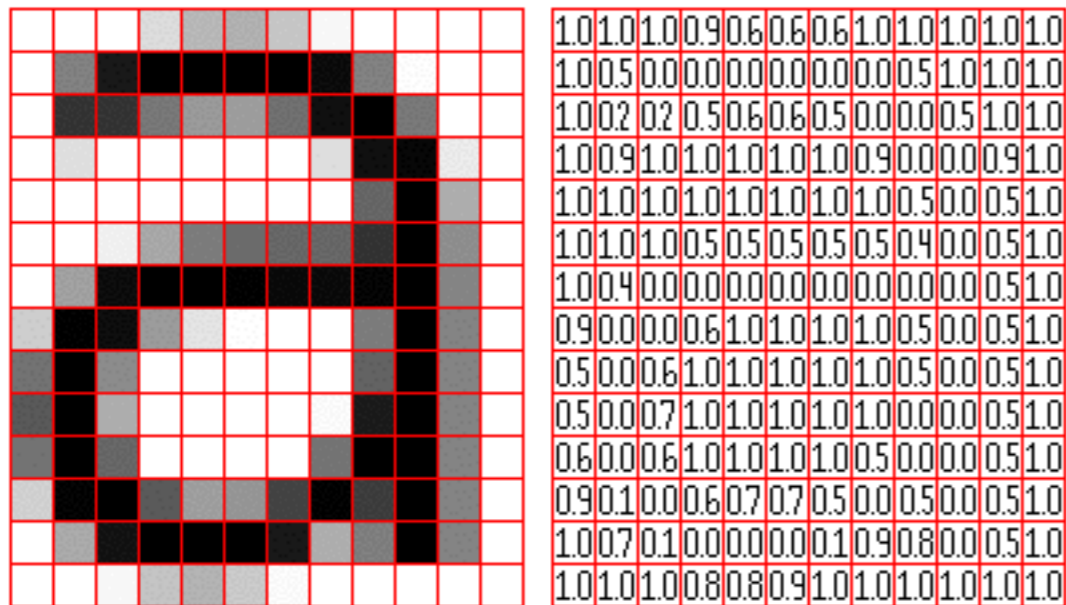


dov'è la differenza?



La prima è una immagine **raster**, la seconda è una immagine **vettoriale**

a



Grafica raster ↔ PIXEL

Non vediamo immagini, ma schemi di numeri

Le immagini raster sono **MATRICI**. Ogni numerino corrisponde al **COLORE** che il pixel assume nel punto, nel sistema RGB o RYB.

a

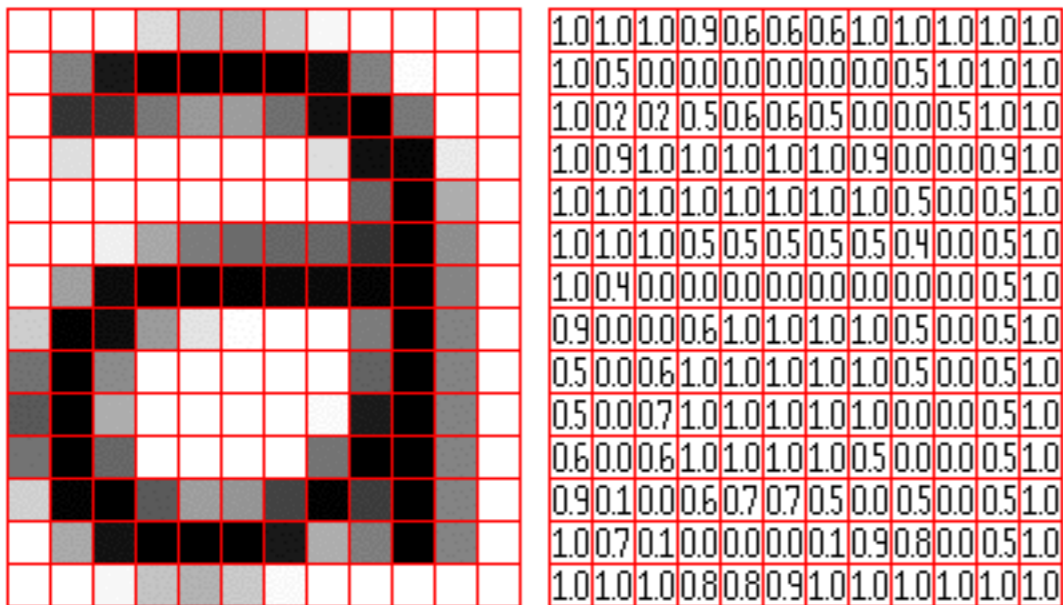


immagine in bianco e nero = una matrice

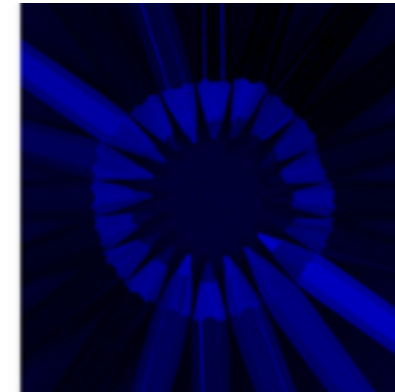
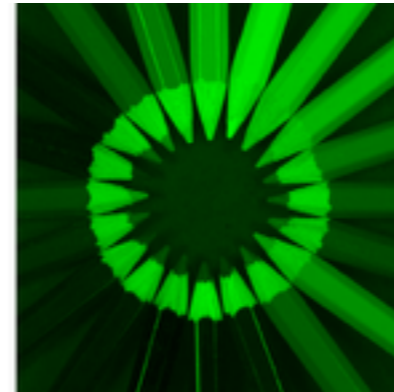
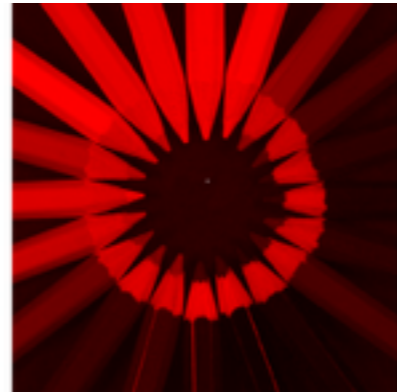
immagine in scala di grigi = una matrice

immagine a colori = 3 matrici

RGB = Red+Green+Blue

RYB= Red+Yellow+Blu

...



R

G

B

- Ad ogni componente (colore) corrisponde una matrice
- La media aritmetica delle 3 matrici è la matrice scala di grigi
- Gli effetti di transizione da una immagine (matrice A) ad un'altra (matrice B) corrispondono a

$tA+(1-t)B$ al variare di t tra 0 e 1

in matematica è un SEGMENTO

Utilizzo: loghi, fotografie, ...

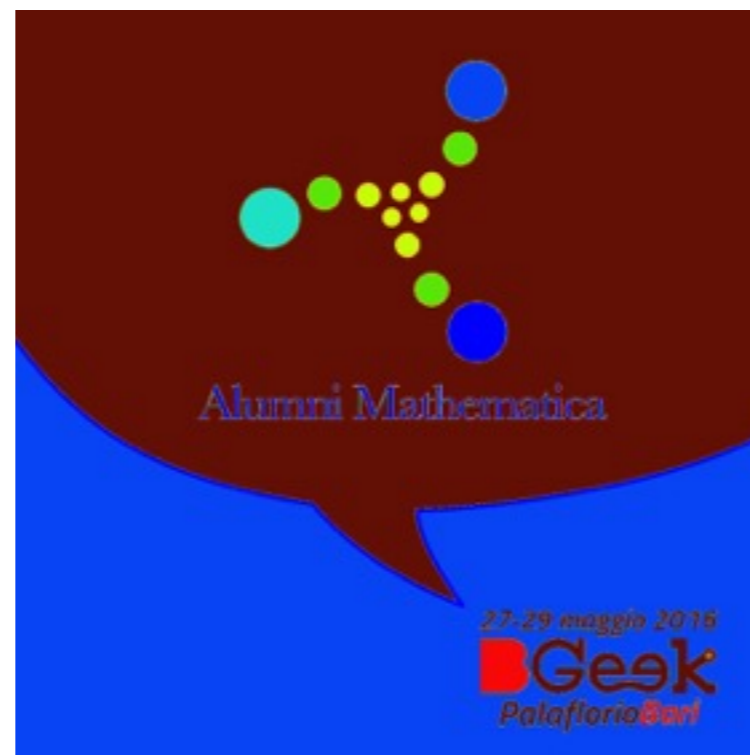
Vantaggi

- è possibile modificare i colori con precisione
- esistono vari tipi di filtri (puntuale, locale, globale)
- compatibilità tra diverse estensioni (bmp, jpeg, gif, tiff, png)

Utilizzo: loghi, fotografie, ...

Vantaggi

- è possibile modificare i colori con precisione
- esistono vari tipi di filtri (puntuale, locale, globale)
- compatibilità tra diverse estensioni (bmp, jpeg, gif, tiff, png)



Utilizzo: loghi, fotografie, ...

Vantaggi

- è possibile modificare i colori con precisione
- esistono vari tipi di filtri (puntuale, locale, globale)
- compatibilità tra diverse estensioni (bmp, jpeg, gif, tiff, png)

Svantaggi

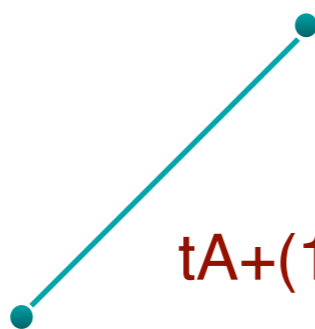
- effetto sgranato con l'ingrandimento (effetto pixel)
- le immagini con molti dettagli sono molto pesanti

Le immagini vettoriali sono costituite da punti, poligoni e curve definite da formule matematiche.

A



A B



$tA+(1-t)B$



Utilizzo: icone, font, illustrazioni

Vantaggi

- qualità dell'immagine indipendente dalla risoluzione
- file leggeri

Utilizzo: icone, font, illustrazioni

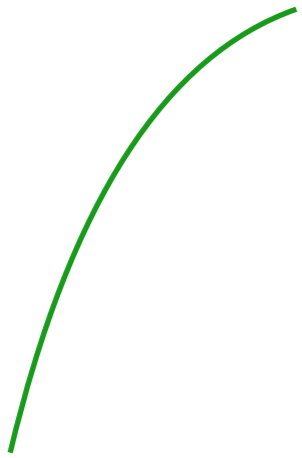
Vantaggi

- qualità dell'immagine indipendente dalla risoluzione
- file leggeri

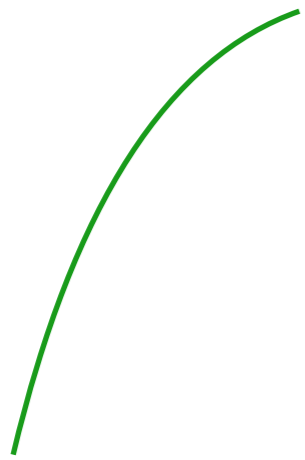
Svantaggi

- pochi filtri ed effetti
- poca compatibilità tra i file usati da programmi diversi (eps, pdf, cgm, svg)
- software non molto intuitivi
- potenza di calcolo elevata

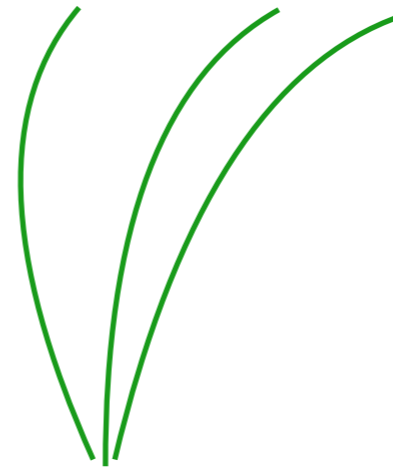
L'utilizzo di punti, poligoni e curve definite da formule matematiche, non si limita alle immagini vettoriali....



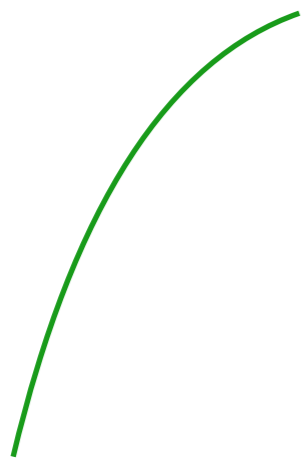
arco di parabola



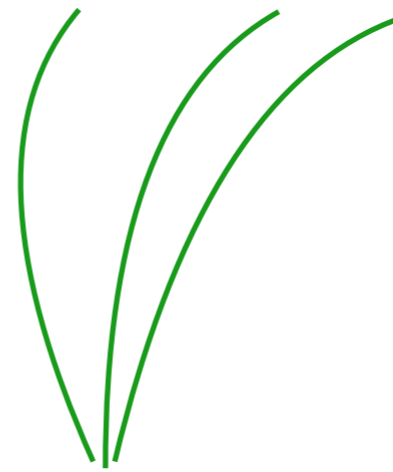
arco di parabola



alcuni archi
di parabola



arco di parabola

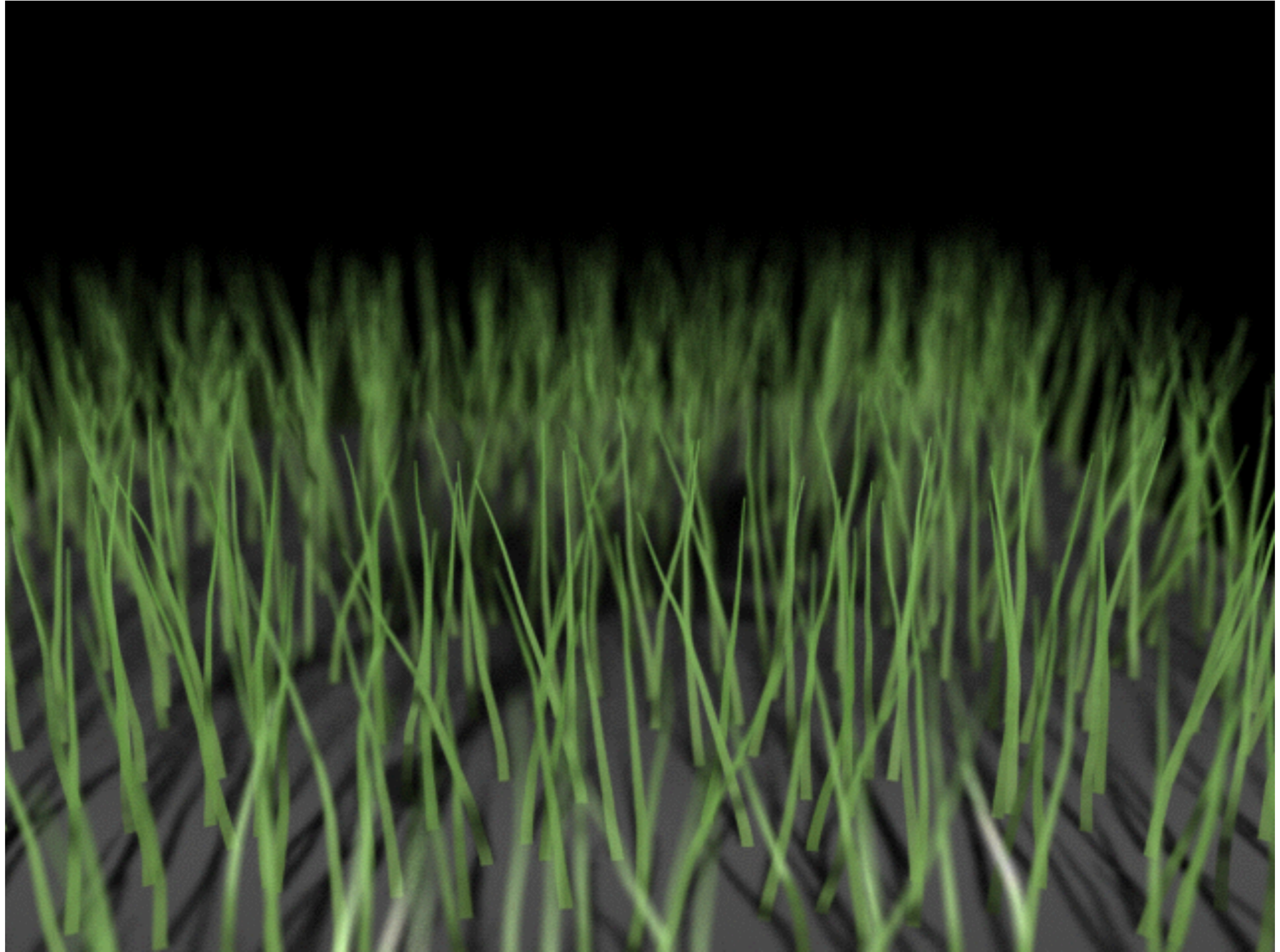


alcuni archi
di parabola

un prato di archi di parabola!!!



<http://tutorialfield.blogspot.it/2011/06/blender-25-cycles-grass.html>



<https://renderman.pixar.com/resources/current/RenderMan/deepCompositing.html>



<https://renderman.pixar.com/view/DP23805>

- Anni 60: P. De Casteljau, lavorava alla Citroën
P. Bézier, lavorava alla Renault

- Anni 60: P. De Casteljau, lavorava alla Citroën
P. Bézier, lavorava alla Renault
- Curve di Bézier: dati n punti di controllo
curva polinomiale di grado $n-1$ che approssima i punti

- Anni 60: P. De Casteljau, lavorava alla Citroën
P. Bézier, lavorava alla Renault
- Curve di Bézier: dati n punti di controllo
curva polinomiale di grado $n-1$ che approssima i punti
- Algoritmo ricorsivo di De Casteljau

$$P_0(t) = P_0$$

$$P_{0,1}(t) = (1-t)P_0 + tP_1$$

$$P_{0,1,2} = (1-t)P_{0,1}(t) + tP_{1,2}(t)$$

$$P_{0,\dots,n} = (1-t)P_{0,\dots,n-1}(t) + tP_{1,\dots,n}(t)$$

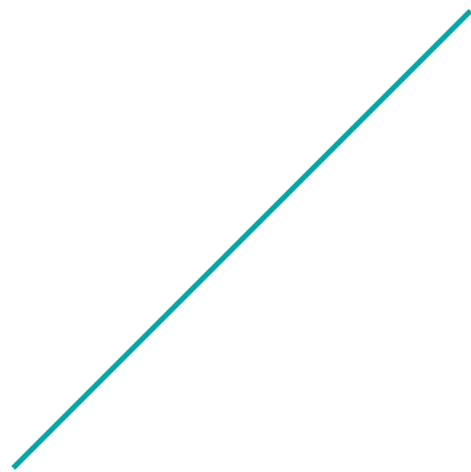
- Anni 60: P. De Casteljau, lavorava alla Citroën
P. Bézier, lavorava alla Renault
- Curve di Bézier: dati n punti di controllo
curva polinomiale di grado n-1 che approssima i punti
- Algoritmo ricorsivo di De Casteljau

$$P_0(t) = P_0 \quad P_{0,1}(t) = (1-t)P_0 + tP_1 \quad P_{0,1,2} = (1-t)P_{0,1}(t) + tP_{1,2}(t)$$

$$P_{0,\dots,n} = (1-t)P_{0,\dots,n-1}(t) + tP_{1,\dots,n}(t)$$

Formula che usa i polinomi di Bernstein:

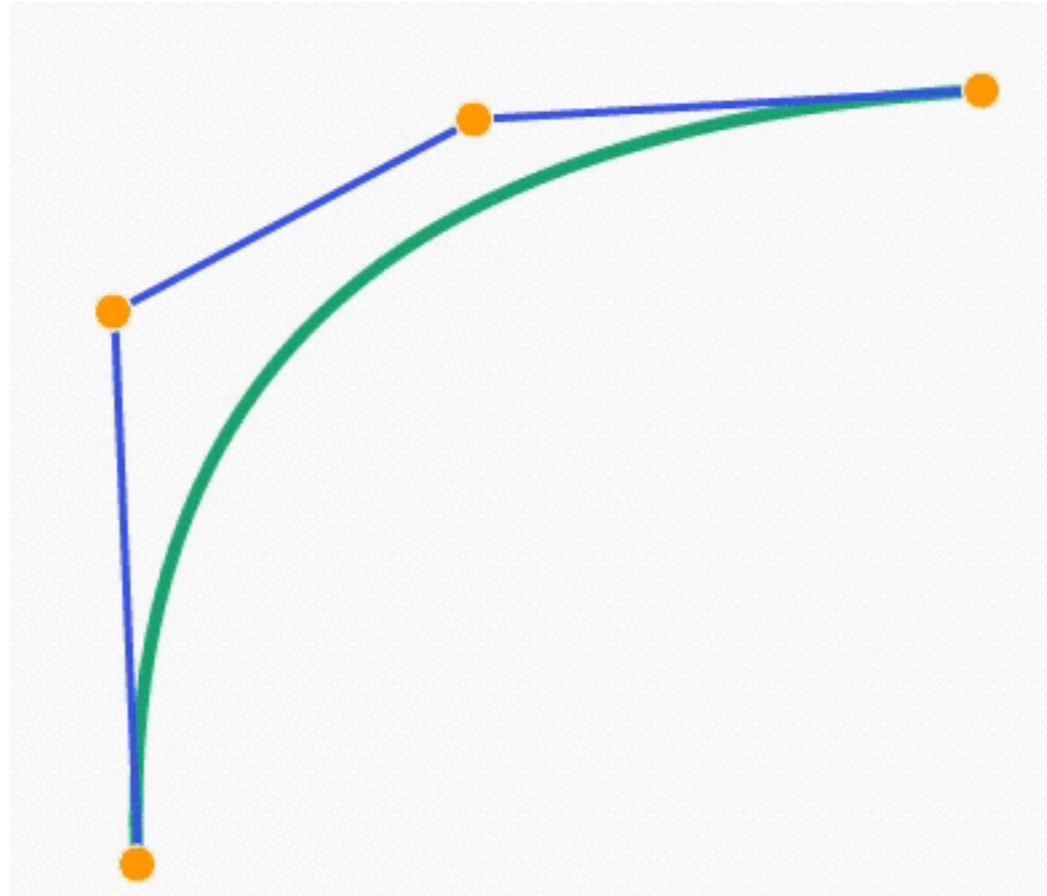
$$P_{0,\dots,n}(t) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} P_k$$



segmento
Curva di Bézier
2 punti, grado 1



arco di parabola
Curva di Bézier
3 punti, grado 2



cubica
Curva di Bézier
4 punti, grado 3

<https://www.khanacademy.org/partner-content/pixar/animate>

All Khan Academy content is available for free at www.khanacademy.org.

Vantaggi

- punti che controllano la curva finale
- regolarità della curva
- possiamo muovere l'oggetto

Vantaggi

- punti che controllano la curva finale
- regolarità della curva
- possiamo muovere l'oggetto



Svantaggi

- solo movimento globale
- se n grande polinomio grado alto

Svantaggi

- solo movimento globale
- se n grande polinomio grado alto

Ci aiuta la matematica?

Svantaggi

- solo movimento globale
- se n grande polinomio grado alto

Soluzione: B-Spline

usiamo più curve di Bézier, possiamo farlo in modo da usare polinomi di grado basso e così abbiamo controllo locale

Svantaggi

- solo movimento globale
- se n grande polinomio grado alto

Soluzione: B-Spline

usiamo più curve di Bézier, possiamo farlo in modo da usare polinomi di grado basso e così abbiamo controllo locale

Ancora un problema...matematico!!

non riusciamo ad approssimare tutte le curve con polinomi!

Svantaggi

- solo movimento globale
- se n grande polinomio grado alto

Soluzione: B-Spline

usiamo più curve di Bézier, possiamo farlo in modo da usare polinomi di grado basso e così abbiamo controllo locale

Ancora un problema...matematico!!

non riusciamo ad approssimare tutte le curve con polinomi!

Soluzione: usiamo le **NURBS**: Non Uniform Rational Basis-Splines

Svantaggi

- solo movimento globale
- se n grande polinomio grado alto

Soluzione: B-Spline

usiamo più curve di Bézier, possiamo farlo in modo da usare polinomi di grado basso e così abbiamo controllo locale

Ancora un problema...matematico!!

non riusciamo ad approssimare tutte le curve con polinomi!

Soluzione: usiamo le **NURBS**: Non Uniform Rational Basis-Splines

WOW.... e cosa possiamo farci con le NURBS?



<http://pixartimes.com/2013/10/08/the-pixar-perspective-on-popular-culture/>

Primo lungometraggio animato interamente realizzato in computer graphic



1996: Winner of Special Achievement Award "for his inspired leadership of the Pixar Toy Story team, resulting in the first feature-length computer-animated film": John Lasseter

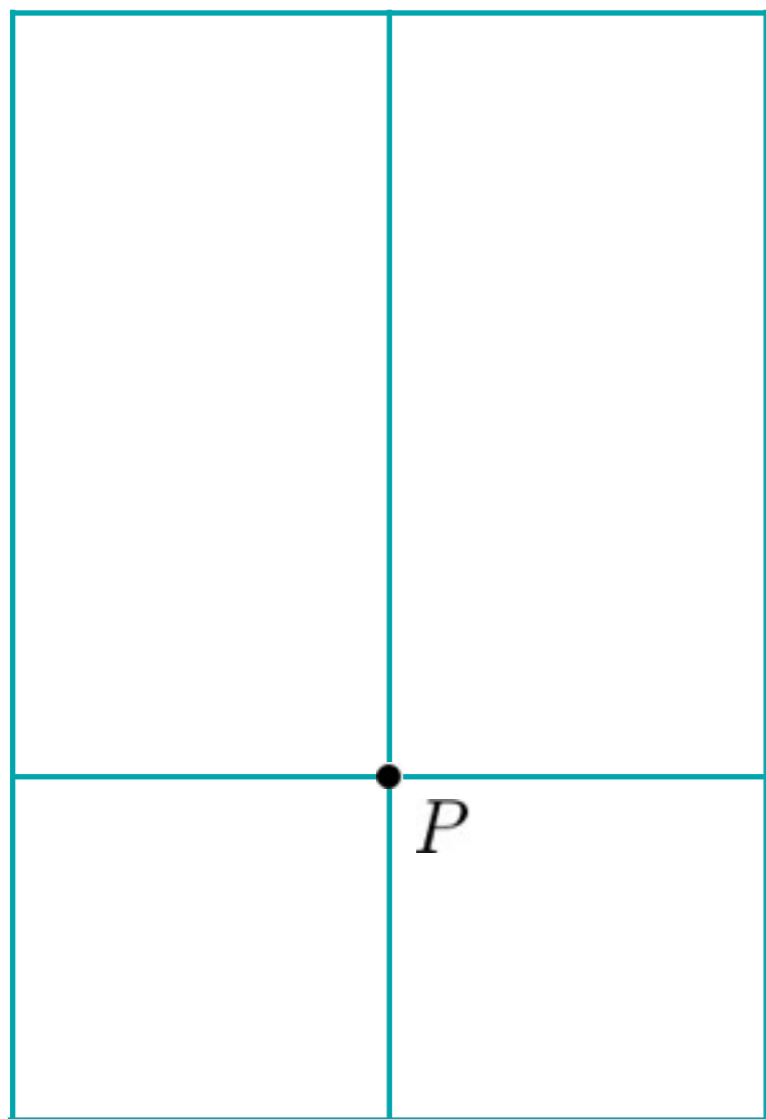
http://www.pixar.com/features_films/TOY-STORY

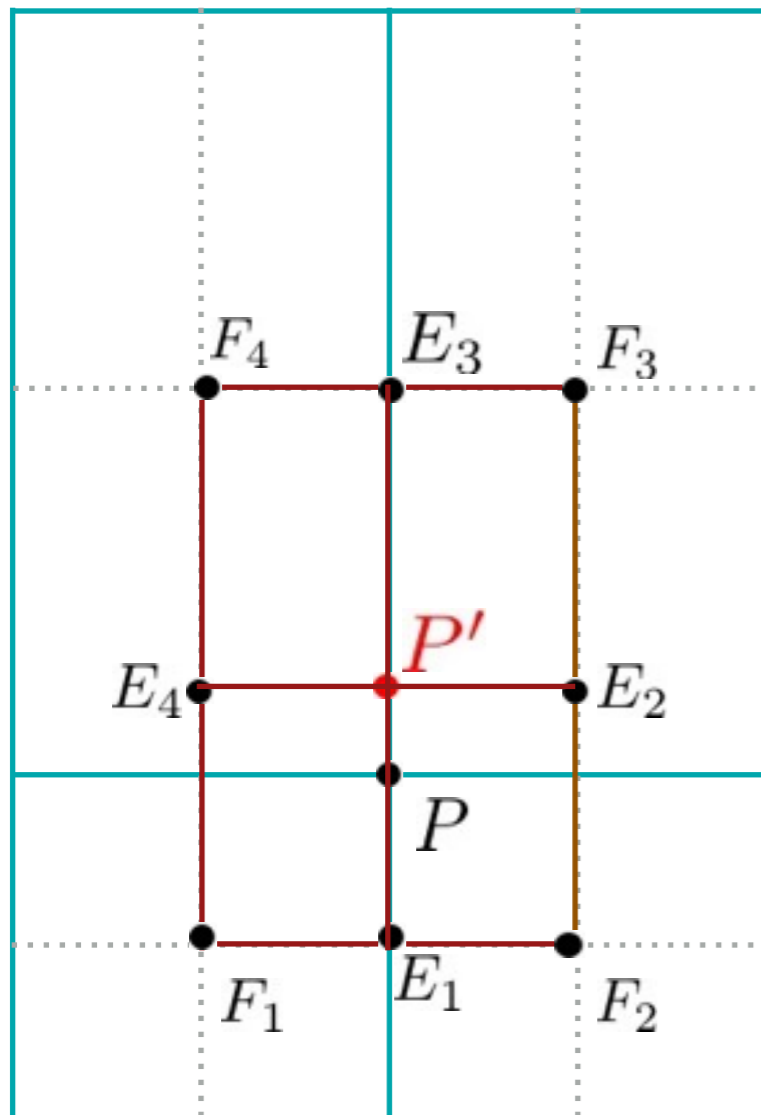
http://pixar.wikia.com/wiki/Toy_Story

è tutto qui? o si può fare di meglio?

è tutto qui? o si può fare di meglio?

Soluzione: Subdivision Surfaces





F_i : **Punti** centrali delle facce

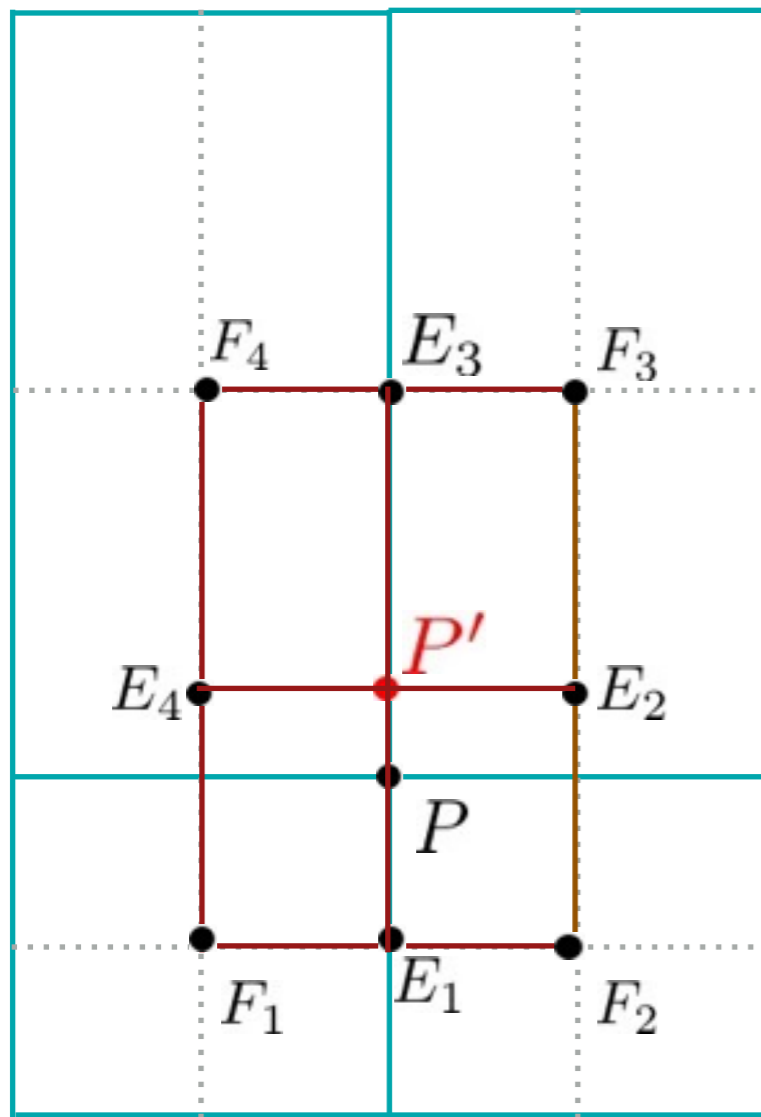


E_i : **Punti** centrali tra i vertici dei lati e gli F_i

Lati tra i nuovi vertici

Infine il **nuovo** vertice sarà

$$P' = \frac{F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + 2(E_1 + E_2 + E_3 + E_4) + P}{4}$$



F_i : **Punti** centrali delle facce



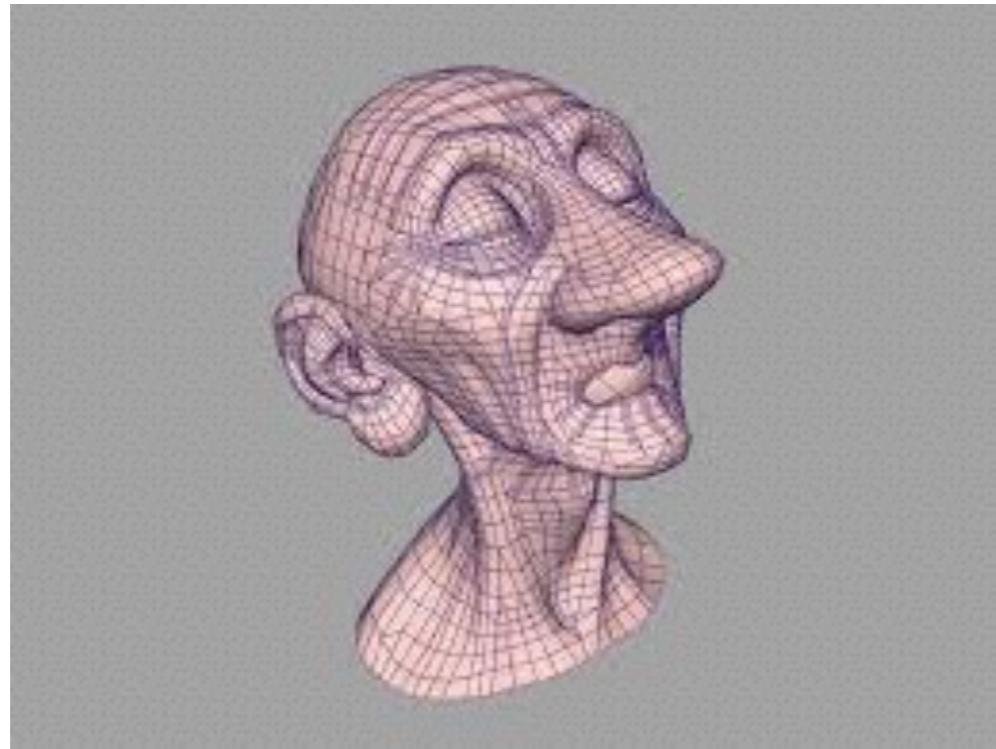
E_i : **Punti** centrali tra i vertici dei lati e gli F_i

Lati tra i nuovi vertici

Infine il **nuovo** vertice sarà

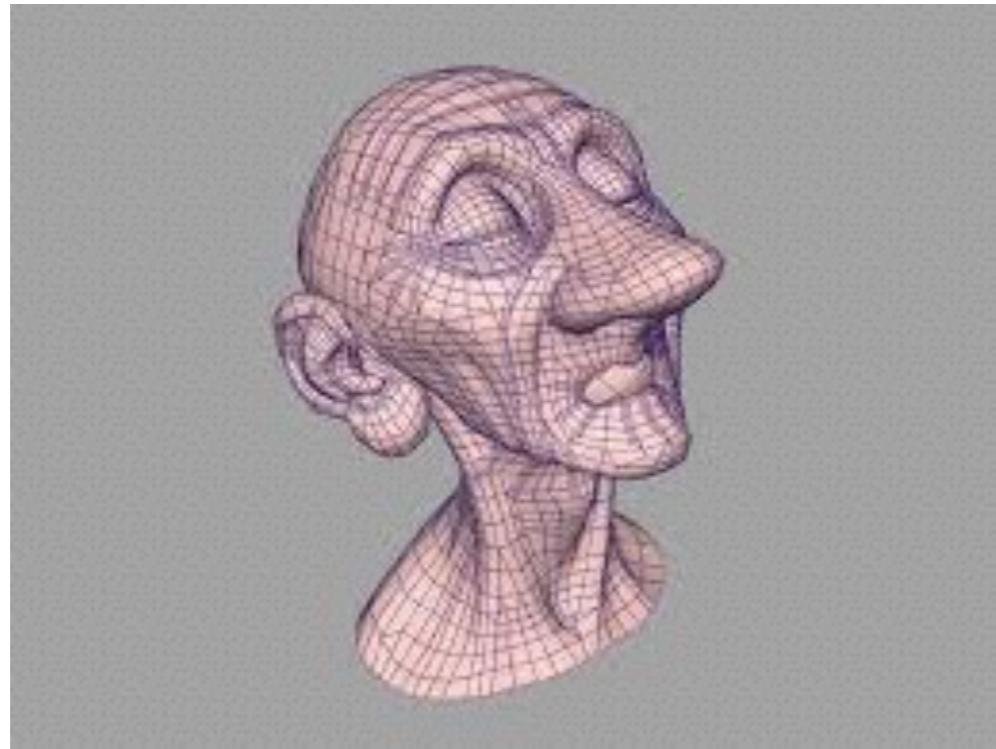
$$P' = \frac{F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + 2(E_1 + E_2 + E_3 + E_4) + P}{4}$$

WOW.... e cosa possiamo farci con le subdivision surfaces?



<http://graphics.pixar.com/library/Geri/>

DeRose, Kass, Truong: Subdivision Surface in character Animation: Pixar Animation Studios, Proceedings of SIGGRAPH 1998



<http://graphics.pixar.com/library/Geri/>

DeRose, Kass, Truong: Subdivision Surface in character Animation: Pixar Animation Studios, Proceedings of SIGGRAPH 1998

1997: Academy Award for Best Animated Short Film

Free and Open Source Software

- RenderMan

<https://renderman.pixar.com/view/renderman>

- Blender

<https://www.blender.org>

Free and Open Source Software

- RenderMan

<https://renderman.pixar.com/view/renderman>

- Blender

<https://www.blender.org>

Grazie! A presto!